

# Complexité

## 1 Correction

*Spécification d'une fonction*

*Correction partielle, correction totale*

## 2 Algorithme itératif

*Terminaison*

*Correction*

### Exercice 1 : Fonction mystère

En déterminant un invariant, déterminer le rôle de la fonction suivante.

```
def f(n):
    i = 0
    s = 0
    while s < n:
        s = s + 2 * i + 1
        i = i + 1
    return i
```

*Exemples fondamentaux*

## 3 Algorithme récursif

*Principe général*

### Exercice 2 : Fonction mystère

On considère la fonction récursive suivante.

```
def f(n):
    if n > 100:
        return n - 10
    return f(f(n + 11))
```

1. Prouver sa terminaison lorsque  $n \in \mathbb{N}$ .
2. Déterminer ce qu'elle calcule.

### Exercice 3 : Fonction de Hofstadter

On considère la fonction  $g$  de Hofstadter définie sur  $\mathbb{N}$  de la manière suivante.

```
def g(n):
    if n == 0:
        return 0
    return n - g(g(n - 1))
```

1. Prouver sa terminaison lorsque  $n \in \mathbb{N}$ .
2. Si vous avez l'inspiration, prouvez que

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad g(n) = \left\lfloor \frac{n+1}{\varphi} \right\rfloor$$

où  $\varphi := \frac{1+\sqrt{5}}{2}$  est le nombre d'or.